H7 Vergelijkingen oplossen

Vaardigheden | Test jezelf

T1
- **a** $a \xrightarrow{+8} \dots \xrightarrow{\times 3} b$
- **b** $a \xrightarrow{-6} \dots \xrightarrow{\times -3} b$
- **c** $a \xrightarrow{\times -3} \dots \xrightarrow{+8} b$
- **d** $a \xrightarrow{+8} \dots \xrightarrow{:5} b$

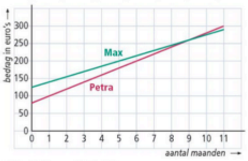
T2
- **a** $x \xrightarrow{+4} \dots \xrightarrow{\times 7} 42$
  $2 \xleftarrow{-4} 6 \xleftarrow{:7} 42$
  De oplossing is $x = 2$.
- **b** $x \xrightarrow{-3} \dots \xrightarrow{\times 5} 90$
  $21 \xleftarrow{+3} 18 \xleftarrow{:5} 90$
  De oplossing is $x = 18$.
- **c** $x \xrightarrow{-8} \dots \xrightarrow{:6} 10$
  $68 \xleftarrow{+8} 60 \xleftarrow{\times 6} 10$
  De oplossing is $x = 68$.
- **d** $x \xrightarrow{\times -2} \dots \xrightarrow{+8} 10$
  $-1 \xleftarrow{:-2} 2 \xleftarrow{-8} 10$
  De oplossing is $x = -1$.

T3
- **a** Bij Petra hoort de formule $b = 80 + 20m$.
- **b** Tabel bij de formule van Max

m	0	1	2	3	4	5	6
b	125	140	155	170	185	200	215

Tabel bij de formule van Petra

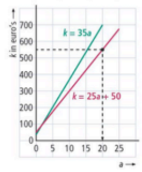
m	0	1	2	3	4	5	6
b	80	100	120	140	160	180	200



- **c** $125 + 15m = 80 + 20m$
  $125 = 80 + 5m$
  $45 = 5m$
  $9 = m$
  De eerste coördinaat van het omslagpunt is $m = 9$.
  $m = 9$ invullen in $b = 125 + 15m$ geeft
  $b = 125 + 15 \times 9 = 260$
  $m = 9$ invullen in $b = 80 + 20m$ geeft
  $b = 80 + 20 \times 9 = 260$
  De tweede coördinaat van het omslagpunt is $b = 260$.
  De coördinaten van het omslagpunt zijn (9, 260).
- **d** De eerste coördinaat van het omslagpunt betekent dat na 9 maanden het spaarbedrag van Max en Petra gelijk is. De twee coördinaat betekent dat Max en Petra dan € 260,- hebben gespaard per persoon.

T4
- **a** Tabel bij $k = 25a + 50$

a	0	5	10	15	20	25
k	50	175	300	425	550	675



- **b** Zie opdracht T4a.
- **c** $25a + 50 = 550$
  $25a = 500$
  $a = 50$
- **d** Als de oppervlakte groter wordt dan 20 m² zijn de kosten meer dan € 550,-.
- **e** Tabel bij $k = 35a$

a	0	5	10	15	20	25
k	35	175	350	525	700	875

  Zie opdracht T4a.
- **f** Voor a groter dan 5 is het leggen van vloerbedekking goedkoper dan het leggen van laminaat.

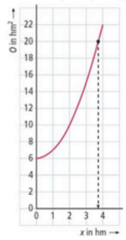
T5
- **a** De groothandel verkoopt de pasjeshouder voor € 1,35.
- **b** $0{,}75a + 3600 = 1{,}35a$
  $3600 = 0{,}6a$
  $6000 = a$
  Als de groothandel 6000 pasjeshouders verkoopt wordt er geen winst en geen verlies gemaakt.

T6
- **a** Bij $x = 1$ en $x = -1$ is de uitkomst -3.
- **b** $x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{-4} -4$
  $0 \xleftarrow{\sqrt{0}}$
  $0 \xleftarrow{-\sqrt{0}}$ $\; 0 \xleftarrow{+4} -4$
  Er is één oplossing: $x = 0$.
- **c** ❶ $x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{-4} 0$
  $2 \xleftarrow{\sqrt{4}}$
  $-2 \xleftarrow{-\sqrt{4}}$ $\; 4 \xleftarrow{+4} 0$
  Er zijn twee oplossingen: $x = 2$ en $x = -2$
  ❷ $x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{-4} -5$
  $\dots \xleftarrow{\sqrt{\dots}}$
  $\dots \xleftarrow{-\sqrt{\dots}}$ $\; -1 \xleftarrow{+4} -5$
  Er zijn geen oplossingen.

T7
- **a** $d \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{+8} 8$
  $0 \xleftarrow{\sqrt{0}}$
  $0 \xleftarrow{-\sqrt{0}}$ $\; 0 \xleftarrow{-8} 8$
  Er is één oplossing: $d = 0$.
- **b** $b \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{\times 3} 15$
  $2{,}23\dots \xleftarrow{\sqrt{5}}$
  $-2{,}23\dots \xleftarrow{-\sqrt{5}}$ $\; 5 \xleftarrow{:3} 15$
  Er zijn twee oplossingen: $b \approx 2{,}24$ en $b \approx -2{,}24$.
- **c** $c \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{-36} -37$
  $\dots \xleftarrow{\sqrt{\dots}}$
  $\dots \xleftarrow{-\sqrt{\dots}}$ $\; -1 \xleftarrow{+36} -37$
  Er zijn geen oplossingen.
- **d** $f \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{\times 6} \dots \xrightarrow{-10} 32$
  $2{,}64\dots \xleftarrow{\sqrt{7}}$
  $-2{,}64\dots \xleftarrow{-\sqrt{7}}$ $\; 7 \xleftarrow{:6} 42 \xleftarrow{+10} 32$
  Er zijn twee oplossingen: $f \approx 2{,}65$ en $f \approx -2{,}65$.

T8
- **a** Tabel bij $O = x^2 + 6$

x in hm	0	1	2	3	4
O in hm²	6	7	10	15	22



- **b** Zie opdracht T8a.
- **c** $x^2 + 6 = 20$
- **d**

x in hm	3,7	3,8	3,9
O in hm²	19,69	20,44	21,21

  De uitkomst 19,69 ligt het dichtst bij uitkomst 20, dus de oplossing is $x \approx 3{,}7$.
  De lengte van een zijde is ongeveer 3,7 hm.

Samenvatting | Extra oefening

E1
- **a** $x \xrightarrow{-4} \dots \xrightarrow{\times 8} y$
- **b** $x \xrightarrow{+4} \dots \xrightarrow{:5} y$
- **c** $x \xrightarrow{\times 2} \dots \xrightarrow{-7} y$
- **d** $x \xrightarrow{-3} \dots \xrightarrow{\times -6} y$

E2
- **a** $a \xrightarrow{-1} \dots \xrightarrow{\times 3} 15$
  $6 \xleftarrow{+1} 5 \xleftarrow{:3} 15$
  De oplossing is $a = 6$.
- **b** $c \xrightarrow{-4} \dots \xrightarrow{:3} 0$
  $4 \xleftarrow{+4} 0 \xleftarrow{\times 3} 0$
  De oplossing is $c = 4$.
- **c** $b \xrightarrow{:2} \dots \xrightarrow{+4} 7$
  $6 \xleftarrow{\times 2} 3 \xleftarrow{-4} 7$
  De oplossing is $b = 6$.
- **d** $d \xrightarrow{+8} \dots \xrightarrow{\times -2} -4$
  $-6 \xleftarrow{-8} 2 \xleftarrow{:-2} -4$
  De oplossing is $d = -6$.

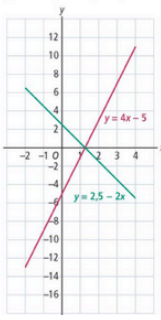
E3
- **a** $75m = 225 + 30m$
- **b** $45m = 225$
  $m = 5$
  De eerste coördinaat van het omslagpunt is $m = 5$.
- **c** $b = 75 \times 5 = 375$
  De tweede coördinaat van het omslagpunt is $b = 375$.
- **d** De coördinaten van het omslagpunt zijn (5, 375).

E4
- **a** Tabel bij $y = 4x - 5$

x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−13	−9	−5	−1	3	7	11

Tabel bij $y = 2{,}5 - 5x$

x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	12,5	7,5	2,5	−2,5	−7,5	−12,5	−17,5

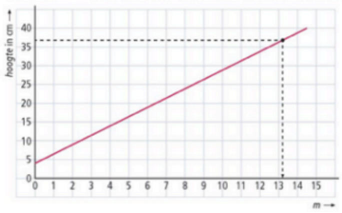


- **b** $4x - 5 = 2{,}5 - 2x$
  $6x - 5 = 2{,}5$
  $6x = 7{,}5$
  $x = 1{,}25$
  De oplossing van de vergelijking is $x = 1{,}25$.
  De eerste coördinaat van het omslagpunt is $x = 1{,}25$.
  $y = 4 \times 1{,}25 - 5 = 5 - 5 = 0$
  De tweede coördinaat van het omslagpunt is $y = 0$.
  De coördinaten van het omslagpunt zijn (1,25; 0).
- **c** Het aflezen van de eerste coördinaat van het omslagpunt is lastig.

E5
- **a** $17 + 0{,}13a = 0{,}10a + 23$
- **b** $17 + 0{,}03a = 23$
  $0{,}03a = 6$
  $a = 200$
  De oplossing van de vergelijking is $a = 200$.
  De eerste coördinaat van het omslagpunt is $a = 200$.
- **c** $b = 0{,}10 \times 200 + 23 = 43$
  De tweede coördinaat van het omslagpunt is $b = 43$.
  De coördinaten van het omslagpunt zijn (200, 43).
- **d** Het omslagpunt betekent dat na 200 km de kosten voor het huren van een auto bij beide verhuurbedrijven even duur zijn, namelijk € 43,–.

E6
- **a** Tabel bij $4 + 2{,}5m = h$

m in minuten	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h in cm	4	6,5	9	11,5	14	16,5	19	21,5	24	26,5	29



- **b** Als Frans begint te vullen staat het water al 4 cm hoog.
- **c** Zie opdracht E6a.
- **d** Drie centimeter onder de rand wil zeggen dat het water $40 - 3 = 37$ cm hoog moet staan. Dat is na ongeveer 13 minuten het geval. Dus tot ongeveer 13 minuten is de waterhoogte te laag.

E7
- **a** Tabel bij $1{,}6 \times z^2 = k$

z in decimeter	0	1	2	3	4	5
k in euro's	0	1,6	6,4	14,4	25,6	40

Tabel bij $8z = k$

z in decimeter	0	1	2	3	4	5
k in euro's	0	8	16	24	32	40

  Volgens de tabel is het kleedje bij een zijde van vijf decimeter even duur als de rood gekleurde rand.
- **b** Als de waarden van z groter zijn dan vijf, is de rood gekleurde rand duurder dan het satijnen kleedje.

E8
- **a** $a \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{+5} 50$
  $6{,}70\dots \xleftarrow{\sqrt{45}}$
  $-6{,}70\dots \xleftarrow{-\sqrt{45}}$ $\; 45 \xleftarrow{-5} 50$
  Er zijn twee oplossingen: $a \approx 6{,}71$ en $a \approx -6{,}71$.
- **b** $a \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{+7} 19$
  $3{,}46\dots \xleftarrow{\sqrt{12}}$
  $-3{,}46\dots \xleftarrow{-\sqrt{12}}$ $\; 12 \xleftarrow{-7} 19$
  Er zijn twee oplossingen: $a \approx 3{,}46$ en $a \approx -3{,}46$.
- **c** $a \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{-8} 17$
  $5 \xleftarrow{\sqrt{25}}$
  $-5 \xleftarrow{-\sqrt{25}}$ $\; 25 \xleftarrow{+8} 17$
  Er zijn twee oplossingen: $a = 5$ en $a = -5$.
- **d** $a \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{\times 4} \dots \xrightarrow{+12} 12$
  $0 \xleftarrow{\sqrt{0}}$
  $0 \xleftarrow{-\sqrt{0}}$ $\; 0 \xleftarrow{:4} 0 \xleftarrow{-12} 12$
  Er is één oplossing: $a = 0$.
- **e** $a \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{\times 3} \dots \xrightarrow{-15} 15$
  $3{,}16\dots \xleftarrow{\sqrt{10}}$
  $-3{,}16\dots \xleftarrow{-\sqrt{10}}$ $\; 10 \xleftarrow{:3} 30 \xleftarrow{+15} 15$
  Er zijn twee oplossingen: $a \approx 3{,}16$ en $a \approx -3{,}16$.
- **f** $a \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \dots \xrightarrow{\times 7} \dots \xrightarrow{+4} 0$
  $\dots$
  $\dots$ $\; -0{,}57\dots \xleftarrow{:7} -4 \xleftarrow{-4} 0$
  Er zijn geen oplossingen.

E9
- **a** De eerste coördinaat van het linker snijpunt is ongeveer −1,5.

p	−1,4	−1,5	−1,6	−1,7
b	3,36	3,75	4,16	4,59

  De uitkomst 4,16 ligt het dichtst bij uitkomst 4, dus de oplossing is $p \approx -1{,}6$.
  De oplossing is dus $p \approx -1{,}6$.
- **b** De eerste coördinaat van het rechter snijpunt is ongeveer 3,5.

p	3,5	3,6	3,7	3,8
b	8,75	9,36	9,99	10,64

  De uitkomst 9,99 ligt het dichtst bij uitkomst 10, dus de oplossing is $p \approx 3{,}7$.
  De oplossing is dus $p \approx 3{,}7$.

De eerste coördinaat van het linker snijpunt is ongeveer −2,7.

p	−2,6	−2,7	−2,8
b	9,36	9,99	10,64

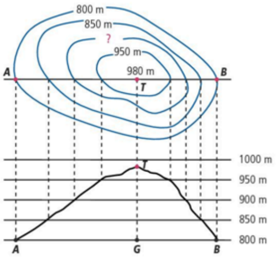
De uitkomst 9,99 ligt het dichtst bij uitkomst 10, de oplossing is $p \approx -2{,}7$.
De oplossing is dus $p \approx -2{,}7$.

H8 Hellingen en tangens

Vaardigheden | Test jezelf

T1 **a** Bij de iso-hoogtelijn hoort een hoogte van 900 m.

b



c

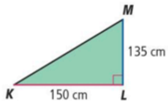
: 60

hoogte in m	180	3
horizontale afstand in m	3000	50

: 60

De verhouding tussen de hoogte GT en de horizontale afstand AG is 3 : 50.

T2 **a**



b $\tan \angle K = \frac{135}{150}$

c $\tan \angle Q = \frac{40}{50}$

$\tan \angle S = \frac{240}{300}$

d $\frac{135}{150} = \frac{9}{10}$, $\frac{40}{50} = \frac{4}{5}$, $\frac{240}{300} = \frac{4}{5}$

Omdat $\frac{40}{50} = \frac{240}{300}$, zijn de hoeken Q en S gelijk aan elkaar.

T3 **a** De overstaande rechthoekszijde van $\angle D$ is EF.

b De aanliggende rechthoekszijde van $\angle D$ is DE.

c $\tan \angle D = \frac{EF}{DE}$

$\tan \angle D = \frac{2{,}5}{4}$

d $\angle D = \tan^{-1}(2{,}5 : 4)$

$\angle D \approx 32°$

T4 **a**

zijde	*kwadraat*
$AB = 200$	40 000
$BC = ?$	2436 +
$AC = 206$	42 436

42 436 − 40 000 = 2436

$BC = \sqrt{2436} \approx 49{,}4$ m

De hoogte van de helling is ongeveer 49,4 m.

b $\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$

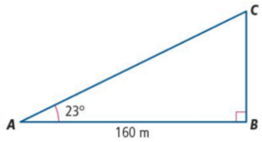
$\tan \angle A = \frac{49{,}4}{200}$

$\angle A = \tan^{-1}(49{,}4 : 200)$

$\angle A \approx 14°$

De hellingshoek is ongeveer 14°.

T5



$\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$

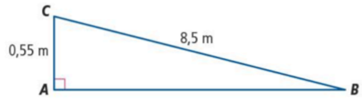
$\tan 23° = \frac{BC}{160}$

$BC = 160 \times \tan 23°$

$BC \approx 67{,}9$ m

De hoogte van de toren is ongeveer 67,9 m.

T6 55 cm = 0,55 m



zijde	*kwadraat*
$AB = ?$	71,9475
$AC = 0{,}55$	0,3025 +
$BC = 8{,}5$	72,25

72,25 − 0,3025 = 71,945

$AB = \sqrt{71{,}9475} \approx 8{,}48$ m

$\tan \angle B = \frac{AC}{AB}$

$\tan \angle B = \frac{0{,}55}{8{,}48}$

$\angle B = \tan^{-1}(0{,}55 : 8{,}48)$

$\angle B \approx 3{,}7°$

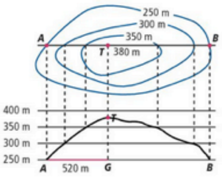
Er is voldaan aan de eis.

Samenvatting | Extra oefening

E1 **a** Punt B ligt op een hoogte van 250 m.

b Het hoogteverschil tussen punt B en punt T is 380 − 250 = 130 m.

E2 **a**



b De hoogte GT is gelijk aan 380 − 250 = 130 m.

c

: 10 : 13

hoogte in m	130	13	1
horizontale afstand in m	520	52	4

: 10 : 13

De verhouding tussen TG en AG is 1 : 4.

d

: 10 : 13

hoogte in m	130	13	1
horizontale afstand in m	910	91	7

: 10 : 13

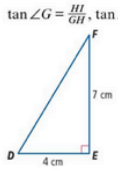
De verhouding tussen TG en BG is 1 : 7.

E3 **a** $\tan \angle L = \frac{MN}{LN}$, $\tan \angle L = \frac{125}{250}$

b $\tan \angle K = \frac{RT}{KR}$, $\tan \angle K = \frac{25}{50}$

E4 **a** $\tan \angle G = \frac{HI}{GH}$, $\tan \angle G = \frac{160}{120}$

b



E5 **a** Hoek C is de rechte hoek van $\triangle ABC$.

b De overstaande rechthoekszijde van $\angle A$ in $\triangle ABC$ is BC.

c De aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$ is AC.

d $\tan \angle A = \frac{BC}{AC}$

E6 $\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$ $\tan \angle E = \frac{DF}{DE}$ $\tan \angle G = \frac{HI}{GI}$

$\tan \angle A = \frac{4}{3}$ $\tan \angle E = \frac{3}{4}$ $\tan \angle G = \frac{4}{5}$

E7 **a** $\tan \angle D = \frac{BF}{BD}$

$\tan \angle D = \frac{80}{160}$

$\angle D = \tan^{-1}(80 : 160)$

$\angle D \approx 27°$

b $\tan \angle C = \frac{LM}{CM}$

$\tan \angle C = \frac{90}{450}$

$\angle C = \tan^{-1}(90 : 450)$

$\angle C \approx 11°$

E8 **a**

zijde	*kwadraat*
$BC = 30$	900
$AB = ?$	49 725 +
$AC = 225$	50 625

50 625 − 900 = 49 725

$AB = \sqrt{49\,725} \approx 223$ m

b $\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$

$\tan \angle A = \frac{30}{\sqrt{49\,725}}$

$\angle A = \tan^{-1}(30 : \sqrt{49\,725})$

$\angle A \approx 8°$

E9 $\tan \angle H = \frac{BC}{BH}$

$\tan 8° = \frac{BC}{80}$

$BC = 80 \times \tan 8°$

$BC \approx 11{,}2$ m

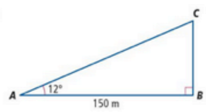
E10 $\tan \angle L = \frac{KM}{KL}$

$\tan 40° = \frac{KM}{7}$

$KM = 7 \times \tan 40°$

$KM \approx 5{,}9$ cm

E11 **a**



b $\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$

$\tan 12° = \frac{BC}{80}$

$BC = 150 \times \tan 12°$

$BC \approx 31{,}9$ m

De hoogte bij deze helling is ongeveer 31,9 m.

E12 **a** $\tan \angle A = \frac{BD}{AB}$

$\tan 70° = \frac{100}{AB}$

$AB = \frac{100}{\tan 70°}$

$AB \approx 36$ m

b

zijde	*kwadraat*
$BC = ?$	4400
$BD = 100$	10 000 +
$CD = 120$	14 400

14 400 − 10 000 = 4400

$BC = \sqrt{4400} \approx 66{,}33$ m

c $\tan \angle C = \frac{BD}{BC}$

$\tan \angle C = \frac{100}{\sqrt{4400}}$

$\angle C = \tan^{-1}(100 : \sqrt{4400})$

$\angle C \approx 56°$

E13 **a**

b $\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$

$\tan 9° = \frac{370}{AB}$

$AB = \frac{370}{\tan 9°}$

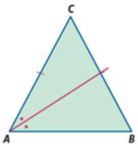
$AB \approx 2336{,}1$ m

De horizontale afstand die Jason aflegt is ongeveer 2336,1 m.

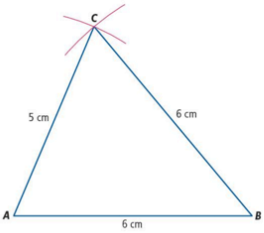
H9 Meten en redeneren

Vaardigheden | Test jezelf

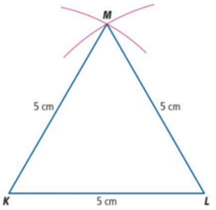
T1 **a** Driehoek ABC is een gelijkbenige driehoek.
b Driehoek DEF is een gelijkzijdige driehoek.
c Elke hoek van driehoek DEF is 60 graden.
d De hoeken bij hoek A worden $62° : 2 = 31°$.



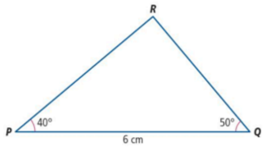
T2 **a**



b

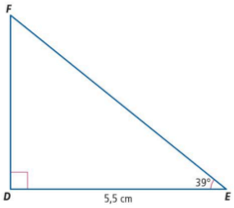


c

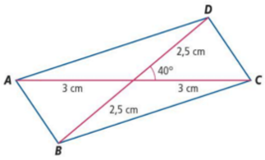


d Driehoek ABC is een gelijkbenige driehoek omdat twee zijden gelijk zijn.
Driehoek PQR is een rechthoekige driehoek omdat geldt $\angle R = 90°$.

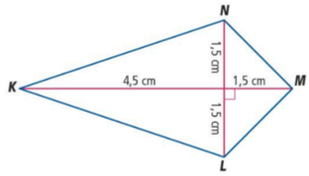
T3



T4 **a** Het gaat hier om een parallellogram.
b



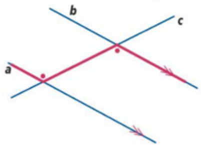
T5 **a** Er zijn meerdere mogelijkheden.



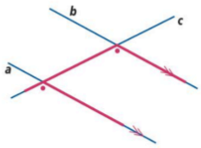
b *oppervlakte* $\triangle KMN = 6 \times 1{,}5 : 2 = 4{,}5$ cm^2
oppervlakte vierhoek $KLMN = 2 \times 4{,}5 = 9$ cm^2

T6 **a** De hoeken 1 en 2 passen in een Z-figuur.
b De hoeken 1 en 3 passen in een F-figuur.
c Hoek 2 wordt ook groter.

T7 **a** Er zijn meerdere mogelijkheden.



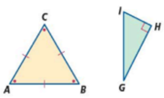
b Er zijn meerdere mogelijkheden.



T8 **a** $\angle B = \angle E = 114°$ (Z-figuur)
$\angle A + \angle C_1 + \angle B = 180°$ (som van de hoeken van een driehoek)
$\angle C_1 = 180° - 34° - 114° = 32°$
b $\angle F_1 = \angle B = 114°$ (F-figuur)
c Hoek D en hoek A zitten in een Z-figuur.

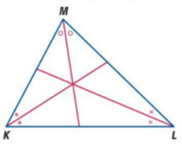
Samenvatting | Extra oefening

E1 **a b c**



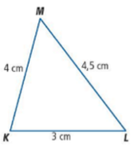
d Driehoek ABC is een gelijkzijdige driehoek en driehoek GHI is een rechthoekige driehoek.

E2 **a** Hoek K is 62 graden, dus de hoeken bij hoek K worden $62° : 2 = 31°$.

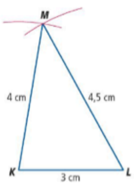


b Hoek M is 42 graden, dus de hoeken bij hoek M worden $42° : 2 = 21°$.
Hoek L is 78 graden, dus de hoeken bij hoek L worden $78° : 2 = 39°$.
Zie opdracht E2b.

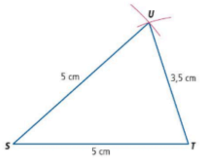
E3 **a**



b

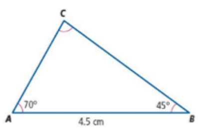


c

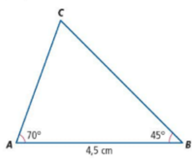


d Driehoek STU is een gelijkbenige driehoek.

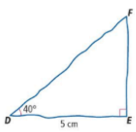
E4 **a**



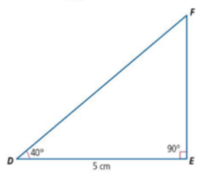
b c d



E5 **a**

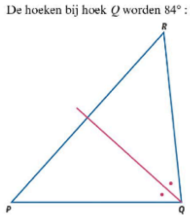


b



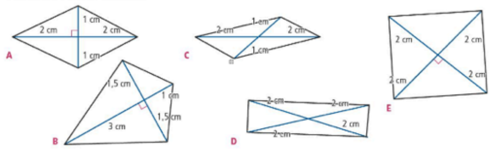
c Driehoek DEF is een rechthoekige driehoek.

c De hoeken bij hoek Q worden $84° : 2 = 42°$.



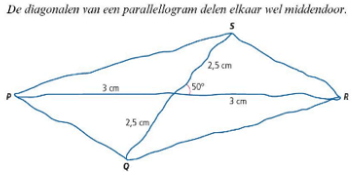
d Driehoek PQR is een gelijkbenige driehoek.

E7 **a** Bij de vierhoeken A, B en E staan de diagonalen loodrecht op elkaar.
b Vierhoek A is een ruit.
Vierhoek B is een vlieger.
Vierhoek C is een parallellogram.
Vierhoek D is een rechthoek.
Vierhoek E is een vierkant.
c



d -

E8 **a** *De diagonalen van een parallellogram delen elkaar wel middendoor.*
b



c d e